La dilatation du temps ....une autre explication.

Einstein et les premiers commentateurs ont privilégié une interprétation de la dilatation du temps qui peut paraitre aujourd'hui un peu compliquée , je n'ose pas dire un peu désuéte !

Encore faut-il savoir à qui on s'adresse. Par exemple sur Wikipedia je ne suis heurté à une résistance farouche des « gardiens » (cooptés) de l'article. Ce n'est que grâce au soutien inespéré d'une conférence de M. Jean-Marc Lévy-Leblond découverte sur Internet (http://www.fermedesetoiles.com/documents/supports/le-paradoxe-des-jumeaux.pdf) que j'ai pu me faire une toute petite place dans une discussion !

Et pourtant il y a beaucoup des choses à dire.

Portons tout de suite le couteau là où ça fait mal. Je crois qu'une grande majorité de lecteurs d'articles de physique pense qu'il ne pas possible de définir une unité de temps en relativité restreinte ! Et pourtant les mêmes acceptent de définir une unité de longueur. Autrement dit personne , je suppose , ne croit qu'un métre étalon va vraiment raccourcir s'il est transporté dans une fusée[1] ! On croit à l'existence d'une unité de longueur transportable , mais pas à une horloge gardant le même rythme quand on la transporte à vitesse uniforme.

Il y a même un cours connu où on lit :

« Le temps ne s'écoule pas de la même façon dans deux référentiels galiléens en mouvement relatif , *ce qui est vrai , en relativité* ; deux horloges en mouvement relatif bàties sur le même modèle ne battent pas même rythme *, ce qui est faux* . »

Pardonnons au distingué professeur cette petite étourderie ... .

Commençons par les choses simples. Citons le même auteur : « Il existe une classe de référentiels privilégiés , en translation uniforme les uns par rapport aux autres (que nous continuerons à appeler référentiels galiléens) , dans lesquels toutes les lois de la physique prennent la même forme. »

Alors faisons la petite expérience de pensée suivante. Pour petit parcours terrestre on peut doter le voyageur du train d'Einstein simplement d'un pendule , qui , comme chacun sait , est insensible (à gravité constante) à un déplacement uniforme. Il est clair que ce pendule battra au même rythme que celui du chef de gare. Et ceci n'empèchera pas le dit chef de gare de constater , par une mesure , un apparent retard[2] du pendule du voyageur.

Bien évidemment une horloge atomique se comportera de la même manière dans un voyage beaucoup plus important.

Bizarrement ce fait qui devrait ètre évident est passé sous silence presque partout. Silence révérenciel devant la parole de d'Einstein , où souci de pedagogie ... ? Pourquoi s'en préoccuper puisque ça ne dérange personne ? Or je me propose de montrer que :

1. Cela permet d'avoir une meilleure compréhension d'ensemble de la relativité.
2. Cela donne une justification plus naturelle des résultats obtenus dans les expériences.

La théorie.

Pour aller plus loin il faut entrer résolument dans l'espace-temps de Minkowski , avec quelques remarques préalables.

1. On trouve dans beaucoup de textes des déclarations ambigues sur ce sujet, ainsi que de nombreux faux paradoxes (exemple de la voiture n'entrant plus dans son garage, à une vitesse proche de celle de la lumière ... !). Il faut faire très attention au vocabulaire usuel, non mathématique, utilisé. Einstein appelait "réelle" la contraction de Lorentz parce que l'on pouvait la "mesurer".

2. C'est ce que Lévy-Leblond appelle effet de parallaxe , par oppostion à un effet de perspective.

Il s'agit par définition d'un espace vectoriel , et métrique (au sens pseudo-euclidien). Donc en principe on y parle de scalaires , de vecteurs , de tenseurs. Mais en fait , en général , on oublie les vecteurs ; les physiciens relativistes travaillent directement en coordonnées. Il y a une manière très simple d'établir les relations de Minkowski par les vecteurs ; mais non , ils préfèrent diverses méthodes plus compliquées.

Ce qui fait que , quand on dit : le temps que vous mesurez est un scalaire , mais vos horloges sont des vecteurs - on est inaudible !

Secondement , cet espace est pseudo-euclidien. C'est-à-dire sa représentation (bidimensionnelle) sur une feuille de papier est faussement euclidienne. Considérons les deux figures suivantes :

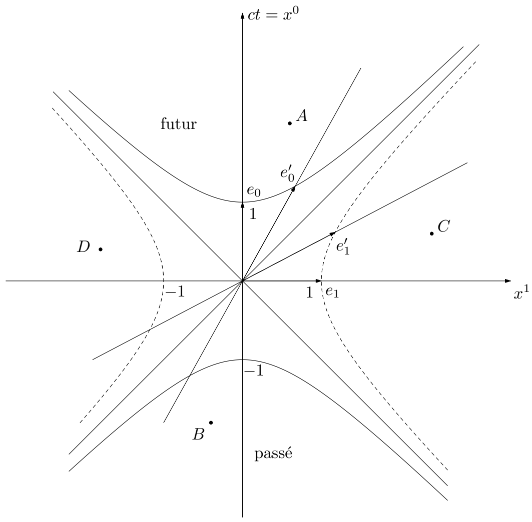

Figure 1.

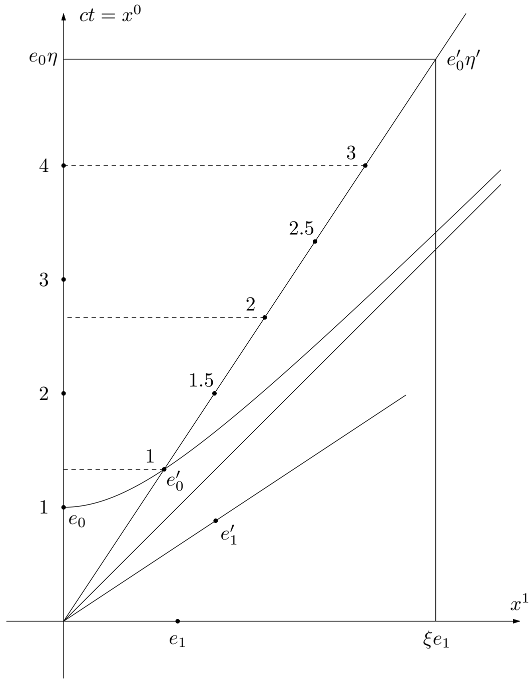

Figure 2.

Sur la première , deux repères temps - espace $(e_0, e_1), (e'_0, e'_1)$ sont représentés. Contrairement aux apparences , il sont tous deux orthogonaux. On y a tracé les deux hyperboles qui sont les lieux des vecteurs unitaires. Leurs équations apparentes (euclidiennes) sont :

(1) $\quad y^2 - x^2 = 1 \qquad$ et $\qquad x^2 - y^2 = 1$

Les diagonales sont les deux droites isotropes qui correspondent à une vitesse égale à c (bien entendu on a pris $c = 1$).

La seconde correspond à un exemple que l'on va développer.

Considérons donc la figure 2 , pseudo-euclidienne, sur laquelle nous avons représenté les vecteurs de base (e_0, e_1) et (e'_0, e'_1) respectifs du repère supposé immobile et du repère supposé en mouvement (dans la direction indiquée par e_1). Une particule évoluant à une vitesse v inférieure à 1 sera représentée par une droite d'univers de pente $\Delta x / \Delta t < 1$, donc plus proche de e_0. Les extrémités des vecteurs e_0 et e_1 , e'_0 et e'_1 , sont de longueur 1 (seules les longueurs de segments ayant la même pente sont directement comparables).

Nous pouvons écrire :

(2) $\quad e'_0 = \alpha_0^0 e_0 + \alpha_0^1 e_1 \qquad e'_1 = \alpha_1^0 e_0 + \alpha_1^1 e_1$

L'exploitation des relations :

(3) $\quad e'_0 . e'_0 = 1 \qquad e'_1 . e'_1 = -1 \qquad e'_0 . e'_1 = 0$

conduit aisément à la paramétrisation suivante :

(4) $\quad e'_0 = \operatorname{ch}\theta\, e_0 + \operatorname{sh}\theta\, e_1 \qquad e'_1 = \operatorname{sh}\theta\, e_0 + \operatorname{ch}\theta\, e_1 \qquad v = \operatorname{th}\theta = \beta \qquad \gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$

(5) $\quad e'_0 = \gamma e_0 + \gamma\, \beta e_1 \qquad e'_1 = \gamma\beta e_0 + \gamma e_1 \qquad \left(e'^2_0\right) = \gamma^2(1 - \beta^2) = 1$

(6) $\quad \eta' = \gamma(\eta - \beta\xi) \qquad \xi' = \gamma(-\beta\eta + \xi) \qquad \beta = v \qquad \gamma = (1 - v^2)^{-1/2} \geqslant 1$

Dans le cas particulier étudié on a donc :

(7) $\quad \xi = \beta\eta \qquad \eta = \gamma\eta'$

On a donc le résultat attendu : $\eta' = \gamma^{-1}\eta$. C'est-à-dire le temps mis par un voyageur V... pour atteindre son but (en partant de 0) est moindre que le temps noté[3] (pour cet événement) dans le repère de l'observateur immobile F... .

En regardant la figure 2 la meilleure interprétation saute aux yeux. Il se produit , en passant d'un repère à l'autre , un échange - un trading - entre le temps et l'espace. De la sorte l'horloge , dont le rythme n'a pas changé , a moins temps à mesurer. D'ailleurs on voit clairement comment le temps se dilate au fur à mesure que la vitesse v se rapproche de c . C'est une propriété intrinsèque de l'espace-temps.

C'est ce qui ressort de l'équation :

(8) $\quad e'_0\, \eta' = (\gamma e_0 + \gamma\beta e_1)\gamma^{-1}\eta$

« L'horloge » $(\gamma e_0 + \gamma\beta e_1)$ donne le résultat $\gamma^{-1}\eta$.

Et bien sur l'horloge de V... bat au même rythme que celle de F... .

Tout ceci est évidemment beaucoup plus clair , et surtout beaucoup plus juste que l'interprètation traditionnelle , qui a recours à un retard factice de l'horloge de V... .

Il est intéressant de comparer , plus en détail , comment les vecteurs unité , c'est-à-dire les l'horloges , sont traités par les deux méthodes. Les uns considèrent l'horloge qui bouge du point de vue de l'horloge fixe. Les autres cherchent à montrer directement que l'horloge qui bouge est unitaire , comme l'horloge fixe.

3. Pour F... il s'agit évidemment d'un événement calculé , meme si V... a pu lui envoyer un message d'arrivée.

Cela se traduit ainsi , pour le premiers :

(9) $y^2 - x^2 = 1$

(10) $\gamma^2 - \gamma^2\beta^2 = 1$ c.a.d

(11) $\gamma\,|e_0| = |e_0'|$ (projection, euclidienne , de e_0' sur e_0)

et pour les autres (application de la métrique pseudo-euclidienne) :

(12) $e_0' = \gamma\,(e_0 + \beta e_1)$

(13) $(e_0')^2 = (1 - v^2)^{-1}(e_0 + v e_1).(e_0 + v e_1) = (1 - v^2)^{-1}(1 - v^2) = 1$

On démontre d'autre part facilement que le temps η' est indépendant du repère $(e_0\,, e_1)$ choisi.

Etudes de cas.

Le premier cas qui vient à l'esprit est le muon. Il est parfaitement représenté par la figure 2 ; il suffit d'inverser le sens du temps. Nous suivons l'exemple exposé dans http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/relativ/muon.html . Passons sur l'objectif principal de l'expérience , qui est de démontrer que seule la relativité permet d'expliquer le nombre des muons qui atteignent le niveau de la mer. Mais comment analysons nous ce qui se passe , de manière traditionnelle ?

Nous prétendons que le muon , partant de 10000 m voit la distance raccourcie à 2000 m. De son côté l'observateur terrestre croit que l'horloge interne du muon retarde. Cet habillage ne correspond pas à la réalité physique. Le muon ne voit pas la distance (!) et son horloge est insensible à la vitesse[4].

En fait cette horloge doit simplement décompter un temps de vol réel t' , égal à $\gamma^{-1}t$, où t est évalué , hors relativité , par l'observateur terrestre. S'y ajoute une relation reliant la demi-vie (statistique) τ du muon à sa durée de vol t' :

(14) $t' = \lambda\tau = \gamma^{-1}t \quad \leftrightarrow \quad \lambda \quad \leftrightarrow$ nombre de particules collectées

Cette demi-vie τ a été déterminée en laboratoire sur des particules au repos.

Plus intéressant quoique peu probable est le cas du voyageur intersidéral (avec retour). Nous utilisé des formules tirées de Wikipedia (twin paradox) qui permettent de calculer un voyage complet avec des accélérations (raisonnables). En résumant sommairement on est conduit à comparer les deux sommes suivantes :

(15) $$\Delta t' = 2T_c\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{1/2} + 4\frac{c}{a}\,\mathrm{arsinh}\left(\frac{aT_a}{c}\right)$$

(16) $$\Delta t = 2T_c + 4T_a$$

$4T_a$ est la durée pendant laquelle la fusée est soumise à une accélération constante (on prendra $a = g$). $2T_c$ est la durée pendant laquelle la fusée se déplace à vitesse constante. V est cette vitesse atteinte ou perdue après chaque période d'accélération. T_c , T_a , Δt sont mesurés avec l'horloge fixe. $\Delta t'$ est le temps cumulé enregistré par l'horloge voyageuse.

Comme nous nous intéressons qu'à l'écart $\Delta t - \Delta t'$ nous pouvons choisir T_c librement.

Choisissons par exemple :

(17) $T_c = 10\,\text{ans} \qquad a = g = 9,81\,m/s^2 \qquad V = 0,8c \qquad c = 2,998\ 10^8 m/s$

4. Ici il faut faire une remarque importante. Le muon étant une particule elémentaire ne possède pas une espèce de mécanique interne , bien sûr ! Mais il est soumis aux lois de la force nucléaire faible , qui est évidemment indépendente de la vitesse.

(18) $aT_a = V\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ $V = aT_a\left(1 + \frac{a^2T_a^2}{c^2}\right)^{-1/2}$

On obtient :

(19) $aT_a = 1,33c$ $T_a = 3,123\ 10^7 s$ $\frac{c}{a}\,\mathrm{arsinh}\left(\frac{aT_a}{c}\right) = 3,357\ 10^7 s$

(20) $\Delta t' = 12,0\mathrm{ans} + 4,25\mathrm{ans} = 16,25\mathrm{ans}$

(21) $\Delta t = 20,0\mathrm{ans} + 4,0\mathrm{ans} = 24,0\mathrm{ans}$

Ce que l'on remarque d'abord c'est que l'écart dû aux périodes d'accélérations - décélérations est très faible (3%). La presque totalité provient des périodes où les vitesses sont constantes. En revanche les périodes d'accélérations - décélérations sont globalement assez importantes (26%).

Pour notre discussion sur les horloges il faut simplement retenir que l'écart provient de la structure même de l'espace-temps , pas d'un retard d'une horloge !

Un exemple encore plus significatif est fourni par l'expérience de Hafele - Keating qui donne des écarts se chiffrant en nanosecondes. Nous avons cherché à appliquer les formules ci-dessus à une expérience de pensée analogue. Prenons un avion theorique qui fait le tour de la terre en revenant à son point de départ , soit 40000km à 600km/h plus un décollage et un atterrissage. On néglige le fait qu'il décrit un grand cercle , et que la Terre n'est pas un repère inertiel (en fait ce résultat donne automatiquement la moyenne entre deux vols de sens contraires).

On trouve :

(22) $T_a = 17,0s$ $aT_a/c = 5,56\ 10^{-7}$ $\frac{c}{a}\,\mathrm{arsinh}\left(\frac{aT_a}{c}\right) \simeq T_a(1 - 5,15 10^{-14})$

(23) $T_c = 240012s$ $T_c\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{1/2} = T_c(1 - 1,05 10^{-13})$

(24) $\Delta t - \Delta t' = 240012$ x 1,05 $10^{-13} +$ 17 x 5,15 $10^{-14} \simeq$ 25 $10^{-9}s$

Le retard de la montre voyageuse est entièrement attribuable au trajet à vitesse constante. La montre retarde effectivement , mais c'est dû au fait qu'elle avait moins de nanosecondes à mesurer ! Dans son vol , la cadence de la montre n'a jamais changé.

Une petite annexe en algèbre géométrique .

Ce serait dommage de s'en priver car la GA apporte un éclairage tout nouveau , à la fois par le recours systématique à l'approche vectorielle et par la simplification des calculs qui en résulte. Sans cette impulsion je n'aurais pas eu l'idée[5] d'exhumer ces horloges battant au même rythme !

Reprenons donc les figures 1 et 2 .

A partir des relations (4) on trouve facilement que l'on peut écrire :

(25) $e_0' = \gamma e_0 + \gamma\beta e_1 = \exp^{\alpha e_1 e_0} e_0$ $e_1' = \gamma\beta e_0 + \gamma e_1 = \exp^{\alpha e_1 e_0} e_1$

et plus généralement :

(26) $e_\mu' = R e_\mu \tilde{R}$ $R = \exp^{\alpha e_1 e_0/2}$ (rappel $\gamma = \mathrm{ch}(\alpha)$ $\beta = v = \mathrm{th}(\alpha)$)

C'est à dire on peut opérer des *rotations hyperboliques* d'une manière analogue aux rotations euclidiennes !

Nous avons déja noté que :

(27) $e_0.e_0' = e_0.[(\gamma + \gamma\beta e_1 e_0)e_0] = \gamma$

5. Au grand dam de mes interlocuteurs de Wikipedia ... , qui , pour l'instant , ont réussi à escamoter le problème.

Donc (graphique 2) :

(28) $\quad e_0\,.(\eta' e'_0) = \gamma\eta' \qquad\qquad \eta' = \gamma^{-1}\eta$

Ceci nous permet de resoudre élégamment le problème suivant : supposons qu'au lieu de suivre la trajectoire d'une fusée dans le repère $(e_0\ ,\ e_1)$ supposé immobile , on la suive dans le repère $(e'_0\,, e'_1)$ se déplaçant à la vitesse v (euclidienne ...). Supposons la fusée soit animée par une vitesse w (euclidienne ...) connue par rapport à $(e_0\,, e_1)$. Soit f_0 le vecteur unitaire à l'origine de la fusée (dans le diagramme de Minkowski). Nous devons avoir :

(29) $\quad f_0 = \exp^{\alpha' e_1 e_0} e_0 \qquad$ avec $\qquad \mathrm{ch}(\alpha') = \gamma' \qquad \mathrm{sh}(\alpha') = \beta'\gamma' \qquad \beta' = w$

D'autre part nous avons d'après (25) :

(30) $\quad e_0 = \exp^{-\alpha e_1 e_0} e'_0 \qquad\qquad e_1 = \exp^{-\alpha e_1 e_0} e'_1$

Donc :

(31) $\quad f_0 = \exp^{(\alpha'-\alpha) e_1 e_0} e'_0$

mais nous savons , ou nous devrions savoir , que :

(32) $\quad e_1 e_0 = e'_1 e'_0$

Donc si u est la vitesse (euclidienne ...) de la fusée par rapport à (e'_1, e'_0) :

(33) $\quad f_0 = \exp^{(\alpha'-\alpha) e'_1 e'_0} e'_0 \qquad\qquad \mathrm{ch}(\alpha'-\alpha) = \gamma'' \qquad \mathrm{sh}(\alpha'-\alpha) = \gamma''\beta'' \qquad \beta'' = u$

Ceci veut donc dire que *l'angle hyperbolique* $(\alpha' - \alpha)$ correspond à *la rotation* amenant e'_0 sur f_0 . C'est singulièrement plus éclairant que la formule habituelle de composition des vitesses (euclidiennes) !

Ceci veut dire aussi que le rapport entre la durée de vol de la fusée et son appréciation dans le repère (e'_1, e'_0) est $t'' = \gamma''^{-1} t'$. On ne saurait mieux souligner la similitude de comportement entre (e'_1, e'_0) et (e_1, e_0).

Georges Ringeisen

Juin 2016